HYDROMETER

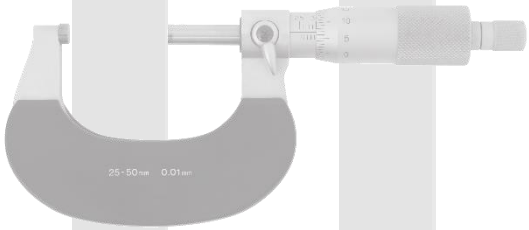
ØVELSE I PRAKTISK METROLOGI

UNDERVISNINGSELEMENT

#05

—

UNDERVISNING
I MÅLETEKNIK

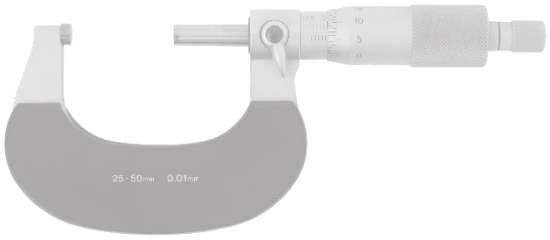


metrologi.dk

HYDROMETER

Søren Kynde, DFM A/S

1. udgave – Marts 2020



Copyright © 2020 metrologi.dk – Materialet må ikke anvendes til kommercielt brug, uden tilladelse fra metrologi.dk.

Metrologi.dk er finansieret af Styrelsen for Forskning og Innovation i perioden 2016 – 2020. Materiale er udarbejdet i et samarbejde mellem GTS-institutterne DFM A/S, FORCE Technology og DELTA - a part of FORCE Technology.
Læs mere om projektet på www.metrologi.dk.
Parterne i Metrologi.dk kan ikke gøres ansvarlig for fejl og mangler i indholdet af undervisnings materialet eller i indholdet på websitet, samt indholdet i de eksterne dokumenter og websites, der linkes til, medmindre andet følger af dansk rets almindelige regler.

Grafisk design af: Henriette Schäfer Høyrup og David Balslev-Harder.

Indholdsfortegnelse

Boks 1: Fysik 1
1 Introduktion..... 1
2 Hvordan virker et hydrometer..... 1
3 Måling på sukkeropløsning..... 2
4 Kalibrering af instrumentet 2

1 Introduktion

I denne øvelse skal vi se på hvor nøjagtigt man kan bestemme koncentrationen af en sukkeropløsning ved hjælp af et hydrometer.

Øvelsen udføres af et antal grupper som hver har et hydrometer, et måleglas og et termometer. Desuden har alle grupper adgang til en kalibreret vægt, et isbad, samt rigelige mængder af demineraliseret vand og sukrose (alm sukker) i tør form.

Instruktøren afmåler på forhånd en stor portion hemmelig sukkeropløsning som fordeles i mindre glas á ca. 300 ml. Hver gruppe modtager et glas.

Hver gruppe skal efter grundig kalibrering af deres instrument måle sukkerkoncentrationen af den hemmelige opløsning og angive resultatet samt måleusikkerhed i et certifikat. Grupperne skal så vidt muligt undgå diskutere resultaterne undervejs.

Ved øvelsens afslutning sammenlignes resultaterne fra de indleverede certifikater. Kan der opnås konsensus inden for de angivne usikkerheder?

2 Hvordan virker et hydrometer

Hydrometeret består af en glascylinder med to funktionelt forskellige dele. Flydekroppen er den nederste brede del og stilken er den øverste slanke del hvor måleskalaen er monteret. Det sted hvor måleskalaen angiver 1.000 er typisk tydeligt markeret med et farveskift eller en fed streg kaldet kalibreringsmærket.

Når hydrometeret nedsænkes i en væske vil det ligge enten højt eller lavt alt efter om densiteten af den målte opløsning er høj eller lav. Hydrometerets flydeegenskaber er bestemt ved tværsnits-arealet, A, af stilken samt af volumenet, V_h, af den del af hydrometeret som er under kalibreringsmærket.

Måleskalaen angiver opløsningens specifikke densitet, dvs. densiteten af opløsningen, ρ_o , i forhold til en kalibrerings densitet ρ_k. Kalibreringsdensiteten er sædvanligvis lig med densiteten af demineraliseret vand ved temperaturen 20°C. For specifikke densiteter tæt ved 1.000 gælder med god tilnærmelse:

Boks 1: Fysik

Hydrometeret holder sig flydende i væsken fordi opdriften udbalancerer tyngdekraften. Tyngdekraften er $F = -mg$, hvor m er hydrometerets masse og g er den lokale tyngde acceleration.

Opdriften er ifølge Archimedes *lig med vægten af den fortrængte væske*. Massen $m_o$af den fortrængte væske er opløsningens densitet ρ_o ganget med det fortrængte volumen. Voluminet af den fortrængte væske er

$$V_o = V_h - Ad$$

hvor V_h er voluminet af hele hydrometeret op til kalibreringsmærket, A er tværsnitsarealet af hydrometerets stilk og d er afstanden fra vandlinjen og op til kalibreringsmærket. Archimedes kendte ikke til begrebet kraft, men med *vægten af den fortrængte væske* mente han den kraft som skulle bruges til at bære den fortrængte væske. Der gælder altså at opdriften

$$O = m_o g = V_o \rho_o g.$$

Når hydrometeret er i ligevægt i væsken er

$$O + F = 0,$$

dvs. $V_o \rho_o g - mg = 0 \Leftrightarrow V_o \rho_o = m$

Hvis hydrometeret er justeret korrekt vil vandstanden stå præcis ved kalibreringsmærket ($d = 0$ og $V_o = V_h$) når hydrometeret er nedsænket i rent vand ved 20°C. Vi kalder densiteten af denne opløsning for kalibreringsdensiteten ρ_k. I dette specielle tilfælde bliver ovenstående ligning:

$$V_h \rho_k = m$$

I alle andre tilfælde er $d \neq 0$ og vi har:

$$(V_h - Ad)\rho_o = m = V_h \rho_k$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{\rho_o}{\rho_k} = \frac{V_h}{(V_h - Ad)} = \frac{1}{(1 - kd)},$$

hvor $k = {}^{A}/_{V_h}$.

Når kd er et lille tal gælder det med god tilnærmelse* at

$$\frac{\rho_o}{\rho_k} \approx 1 + kd,$$

som antaget i Ligning 1.

*Eksempel på tilnærmelsen: 1/(1-0.02)=1.0204. Ved høje densiteter passer tilnærmelsen ikke så godt. Derfor kan man se at der er kortere mellem stregerne længere nede på hydrometeret.

Tabel 1: Resultater for kalibrering med demineraliseret vand.

	1	2	3	4	5	6
Opløsning	$SG_{\text{aflæst}}$	Temperatur aflæst	Temperatur korrigeret	$SG_{20}(t)$	Temperatur-korrektion af-læst i tabel	$SG_{20}(20°\text{C})$
Vand						
Vand						
Vand						
					Middelværdi	
					Spredning	

Ligning 1

$$SG = \frac{\rho_o}{\rho_k} \approx 1 + \frac{A}{V_h} d,$$

hvor d er af afstanden fra væskens overflade og op til kalibreringsmærket. Forskelen fra 1.000 af den specifikke densitet er altså proportional med d. Dette forklarer hvorfor målestregerne på stilken i nærheden af kalibreringsmærket er ækvidistante. Det fremgår også at når $\frac{A}{V_h}$ er et lille tal, så vil selv en lille ændring i den specifikke densitet give sig udslag i en signifikant ændring i d og dermed en sikker aflæsning. Dette forklarer hydrometerets geometri med et stort volumen af flydekroppen og et lille tværsnitsareal af stilken.

Bemærk, vi benævner den specifikke densitet, SG, efter engelsksproget tradition (*specific gravity*).

3 Måling på sukkeropløsning

Hvis der måles på en opløsning bestående af vand og sukker vil hydrometeret i udgangspunktet vise en værdi større end 1. Sukkerkoncentrationen kan udregnes ved hjælp af følgende empiriske formel:

Ligning 2

$$c\,[\%wt] = q_1\left(SG_{t_k}(t) - 1\right) + q_2\left(SG_{t_k}(t) - 1\right)^2$$

Koncentrationen c er udregnet som en vægtprocent, dvs. gram sukker per gram opløsning. Konstanterne $q_1 = 258{,}2$ og $q_2 = -204{,}3$ er bestemt i overensstemmelse med et meget stort datasæt fra sukkerindustriens organisation ICUMSA[1].

Betegnelsen $SG_{t_k}(t)$ betyder: *SG aflæst ved temperaturen t på et hydrometer som er justeret ved temperaturen t_k.* Aflæsningstemperaturen og kalibreringstemperaturen skal helst være den samme. For at formlen skal være helt korrekt skal både t og t_k være præcis 20°C.

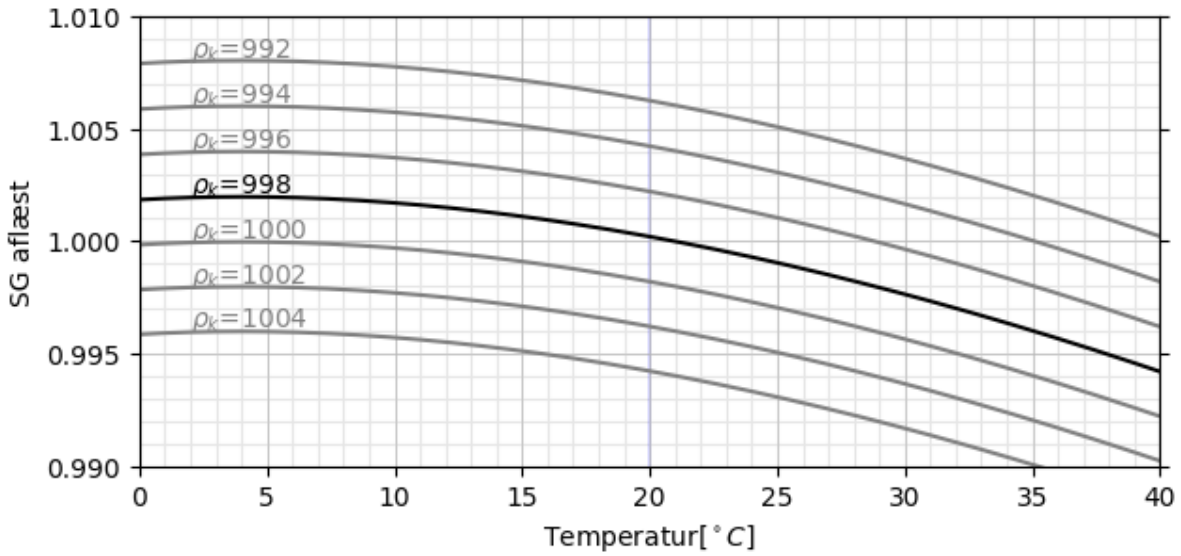
Målet med den følgende kalibrering er at beregne $SG_{20}(20°\text{C})$ selvom vi har målt opløsningen ved en temperatur forskellig fra 20°C med et hydrometer som ikke nødvendigvis er justeret korrekt.

4 Kalibrering af instrumentet

Densiteten af rent vand, $\rho_w(t)$, og dens afhængighed af temperaturen, t, er studeret meget omhyggeligt. Dette vil vi nu bruge til at måle kalibreringsdensiteten ved hjælp af demineraliseret vand ved forskellige temperaturer. Når der måles på vand viser hydrometeret:

$$SG_{\text{aflæst}} = \frac{\rho_o}{\rho_k} = \frac{\rho_w(t)}{\rho_k}.$$

[1] The International Commission for Uniform Methods of Sugar Analysis



Figur 1: Specifik densitet af vand normeret med forskellige kalibreringsdensiteter.

Kurver for $SG_{\text{aflæst}}$ er vist i figuren for forskellige værdier af ρ_k. De beregnede kurver er baseret på en meget nøjagtig model udregnet af det amerikanske metrologiinstitut NIST.

1. Kalibrer jeres termometer i isbadet. Aflæsning i isbad:_____ °C.
   a. Vurder om det er nødvendigt at korrigere jeres temperaturmålinger i resten af øvelsen.
   b. Vurder usikkerheden på målinger foretaget med termometeret.
2. Hæld demineraliseret vand i målebægret og foretag en måling af temperatur og specifik densitet. Noter resultaterne i Tabel 1(kolonne 1,2 og 3) og vurder usikkerheden.
3. Gentag målingen ved mindst tre forskellige temperaturer. (Brug f.eks. isbadet til at opnå temperaturer lavere end rumtemperatur.)
4. Indtegn resultaterne i figuren ovenfor med usikkerhedsbjælker både vandret og lodret.
5. Jeres punkter skulle gerne følge en bestemt kurve. Brug dette til at estimere værdien af ρ_k for jeres hydrometer. I skal også vurdere usikkerheden på jeres bestemmelse af ρ_k Estimeret værdi for ρ_k =_____ kg/m^3.

Som nævnt er det standard at $\rho_k = \rho_w(20°\text{C}) = 998.2\ \text{kg/m}^3$, således at instrumentet "viser rigtigt" ved 20°C. Hvis jeres data følger en anden kurve (hvilket er meget sandsynligt), er det nødvendigt at foretage en korrektion.

$$SG_{20}(t) = \frac{\rho_w(t)}{\rho_k}\frac{\rho_k}{\rho_w(20°\text{C})} = SG_{\text{aflæst}}(t)\frac{\rho_k}{998.2\ \text{kg/m}^3}.$$

6. Beregn korrektionsfaktoren $\frac{\rho_k}{998.2\ \text{kg/m}^3}$ = _____.
7. Udfyld tabellens kolonne 4.
8. For at bestemme den **specifikke densitet som man ville have målt ved 20**°C er det nødvendigt at lægge en temperaturkorrektion til resultatet. Udfyld kolonne 5 og 6. Korrektionen kan aflæses i Tabel 3Tabel 3.

I er nu klar til at foretage jeres endelige vurdering af koncentrationen af den hemmelige sukkeropløsning.

Følg samme procedure som for referenceopløsningerne. Hvis der er tid kan I evt. forbedre jeres usikkerhed ved at foretage flere målinger ved forskellige temperaturer. Skriv jeres resultater ind i certifikatet på sidste side i denne vejledning.

Instruktøren indsamler de færdiggjorte certifikater og gennemgår resultaterne i plenum.

Eksempler:

Tabel 2: Resultater for målinger på referenceopløsninger

	1	2	3	4	5	6	7	8
Opløsning	$SG_{\text{aflæst}}$	Temperatur aflæst	Temperatur korrigeret	$SG_{20}(t)$	Temperatur-korrektion aflæst i tabel	$SG_{20}(20°\text{C})$	Koncentration (Beregn med Ligning 2)	Koncentration (Nominel)
Reference A								
Reference B								
Hemmelig opløsning								Ukendt
Hemmelig opløsning								Ukendt
Hemmelig opløsning								Ukendt

- Lav et sammenligningsplot som viser hver gruppes resultater med konfidensintervaller sammen med den nominelle værdi for stamopløsningen. Har I været for forsigtige eller for optimistiske?
- Foretag et vægtet gennemsnit af alle gruppers resultater. Hvad er usikkerheden på gennemsnittet.
- Indtast resultaterne i metrologi.dk's ringkalibreringsapplikation: www.metrologi.dk.

Tabel 3	$SG_{20}(t)$										
	1.000	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100
Aflæsnings -temp. t [°C]	Temperaturkorrektion [1/1000] lægges til $SG_{20}(t)$ for at få $SG_{20}(20°C)$										
5.0	-1.7	-1.9	-2.2	-2.4	-2.6	-2.8	-3.0	-3.2	-3.4	-3.6	-3.8
6.0	-1.7	-1.9	-2.1	-2.3	-2.5	-2.7	-2.9	-3.0	-3.2	-3.4	-3.6
7.0	-1.7	-1.9	-2.0	-2.2	-2.4	-2.6	-2.7	-2.9	-3.1	-3.2	-3.4
8.0	-1.6	-1.8	-1.9	-2.1	-2.3	-2.4	-2.6	-2.7	-2.9	-3.0	-3.2
9.0	-1.6	-1.7	-1.9	-2.0	-2.1	-2.3	-2.4	-2.6	-2.7	-2.9	-3.0
10.0	-1.5	-1.6	-1.7	-1.9	-2.0	-2.1	-2.3	-2.4	-2.5	-2.6	-2.8
11.0	-1.4	-1.5	-1.6	-1.7	-1.9	-2.0	-2.1	-2.2	-2.3	-2.4	-2.5
12.0	-1.3	-1.4	-1.5	-1.6	-1.7	-1.8	-1.9	-2.0	-2.1	-2.2	-2.3
13.0	-1.2	-1.3	-1.3	-1.4	-1.5	-1.6	-1.7	-1.8	-1.9	-2.0	-2.0
14.0	-1.0	-1.1	-1.2	-1.3	-1.3	-1.4	-1.5	-1.6	-1.6	-1.7	-1.8
15.0	-0.9	-1.0	-1.0	-1.1	-1.1	-1.2	-1.3	-1.3	-1.4	-1.4	-1.5
16.0	-0.7	-0.8	-0.8	-0.9	-0.9	-1.0	-1.0	-1.1	-1.1	-1.2	-1.2
17.0	-0.6	-0.6	-0.6	-0.7	-0.7	-0.8	-0.8	-0.8	-0.9	-0.9	-0.9
18.0	-0.4	-0.4	-0.4	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
19.0	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3
20.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21.0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
22.0	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.6	0.7
23.0	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0
24.0	0.9	1.0	1.0	1.0	1.1	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3
25.0	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7
26.0	1.4	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	1.9	2.0	2.1
27.0	1.7	1.8	1.9	1.9	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.4	2.4
28.0	2.0	2.1	2.2	2.3	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.7	2.8
29.0	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.9	3.0	3.1	3.2
30.0	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
31.0	2.9	3.0	3.1	3.2	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0
32.0	3.2	3.3	3.5	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4
33.0	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	4.5	4.6	4.7	4.8
34.0	3.9	4.0	4.2	4.3	4.5	4.6	4.7	4.9	5.0	5.1	5.2
35.0	4.2	4.4	4.5	4.7	4.8	5.0	5.1	5.3	5.4	5.5	5.7
36.0	4.6	4.8	4.9	5.1	5.2	5.4	5.5	5.7	5.8	6.0	6.1
37.0	5.0	5.1	5.3	5.5	5.6	5.8	5.9	6.1	6.2	6.4	6.5
38.0	5.3	5.5	5.7	5.9	6.0	6.2	6.4	6.5	6.7	6.8	7.0
39.0	5.7	5.9	6.1	6.3	6.4	6.6	6.8	7.0	7.1	7.3	7.5
40.0	6.1	6.3	6.5	6.7	6.9	7.0	7.2	7.4	7.6	7.7	7.9

CERTIFIKAT

Sukroseopløsning: Batch nr._____ prøve nr._____

Under antagelse af at den undersøgte opløsning består af sukrose og vand har vi bestemt koncentrationen af sukrose til _____[%w] med en ekspanderet måleusikkerhed på _____[%w].

Koncentrationen er angivet som masse%, dvs. gram sukker per gram opløsning gange 100%.

Den angivne måleusikkerhed svarer til 95% konfidensintervallet (k=2). Måleresultatet er fremkommet som et gennemsnit af _____ målinger.

Målingen er foretaget med hydrometer nr. _____ som blev kalibreret umiddelbart inden målingen.

Hydrometerets kalibreringsdensitet blev bestemt til _____kg/m^3

med estimeret standardusikkerhed (k=1) _____ kg/m^3.

Hydrometerets lineære kompensationsfaktor blev bestemt til _____

med estimeret standardusikkerhed (k=1) _____.

Dato _____ Gruppenavn _____ Underskift _____

ABOMINATIO EST APUD DOMINUM PONDUS ET PONDUS;
STATERA DOLOSA NON EST BONA. (Ordspr. Kap.20, v.23)